

### खंड 1 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में चार (04) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से केवल एक विकल्प ही सही उत्तर है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :  
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।  
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।  
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में

Q.1 मान लीजिए कि  $\vec{a}, \vec{b}$  दो सदिश (vectors) हैं, और मान लीजिए कि  $P, Q$  तथा  $R$  वे बिंदु हैं, जिनके मूलबिंदु  $O$  के सापेक्ष स्थिति सदिश (position vectors) क्रमशः  $\vec{a}, \vec{b}$  तथा  $\vec{a} + \vec{b}$  हैं। यदि  $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{21}$  है,  $|\vec{a} - \vec{b}| = 3$  है, तथा  $\vec{a}$  और  $(\vec{a} - \vec{b})$  एक दूसरे के लंबवत (perpendicular) हैं, तब त्रिभुज  $OPR$  का क्षेत्रफल (area) है

(A)	$\sqrt{3}$	(B)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	(C)	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	(D)	$\frac{3}{2}$
-----	------------	-----	----------------------	-----	-----------------------	-----	---------------

Q.2 मान लीजिए कि  $T$ , बिंदु  $(64, 32)$  पर परवलय (parabola)  $y^2 = 16x$  की स्पर्श-रेखा (tangent) है। मान लीजिए कि  $L$ , उसी परवलय के एक अन्य बिंदु  $(x_1, y_1)$  पर परवलय की स्पर्श-रेखा है। यदि  $L$  और  $T$  एक दूसरे के लंबवत (perpendicular) हैं, तब बिंदु  $(x_1, y_1)$  और परवलय की नाभि (focus) के बीच की दूरी है

(A)	$\frac{15}{4}$	(B)	4	(C)	$\frac{17}{4}$	(D)	5
-----	----------------	-----	---	-----	----------------	-----	---

Q.3 मान लीजिए कि  $y : (-\infty, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ , अवकल समीकरण (differential equation)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e^{5x}y^3 + y^3}{e^x + e^xy^4}$$

का वह हल है जो  $y(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$  को संतुष्ट करता है। तब  $y(\log_e 2)$  का मान है

(A)	$\sqrt{\frac{5 + \sqrt{35}}{2}}$	(B)	$\sqrt{\frac{7 + \sqrt{53}}{2}}$
(C)	$\frac{7 + \sqrt{53}}{2}$	(D)	$\frac{5 + \sqrt{35}}{2}$

Q.4 निश्चित समाकल (definite integral)

$$\int_0^2 \frac{1}{3^x + 3} dx$$

का मान है

(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{1}{3}$	(C)	$\frac{\log_e 3}{3}$	(D)	$\frac{\log_e 3}{2}$
-----	---------------	-----	---------------	-----	----------------------	-----	----------------------

### खंड 2 (अधिकतम अंक : 20)

- इस खंड में **पांच (05)** प्रश्न हैं ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं । इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए ।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :**
  - पूर्ण अंक : +4 यदि **केवल** (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है ।
  - आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु **केवल** तीन विकल्पों को चुना गया है ।
  - आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु **केवल** दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं ।
  - आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु **केवल** एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है ।
  - शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) ।
  - ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में ।
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं ,तब
  - केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर +4 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (B) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (D) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे ;
  - कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
  - अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर -1 अंक मिलेंगे ।

Q.5 मान लीजिए कि  $\mathbb{R}$  सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय (set of all real numbers) को दर्शाता है। बहुपदीय फलन (polynomial function)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  जिसे

$$f(x) = \frac{d^{10}}{dx^{10}}((x^2 - 1)^{10}), \quad \text{सभी } x \in \mathbb{R} \text{ के लिए,}$$

द्वारा परिभाषित किया गया है, पर विचार कीजिए।

यहाँ  $\frac{d^{10}}{dx^{10}}((x^2 - 1)^{10})$ , फलन  $(x^2 - 1)^{10}$  का 10वीं कोटि का अवकलज (10<sup>th</sup> order derivative) है।

तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं) ?

(A)	बहुपद (polynomial) $f(x)$ में $x^8$ का गुणांक (coefficient) $(-10) \left(\frac{18!}{8!}\right)$ है
(B)	$f(1) + f(-1)$ का मान $10! 2^{11}$ के बराबर है
(C)	बहुपद (polynomial) $f(x)$ की घात (degree) 10 है
(D)	बहुपद (polynomial) $f(x)$ का अचर पद (constant term) $-\left(\frac{10!}{5!}\right)$ है

Q.6 मान लीजिए कि  $a, b, c$ , समांतर श्रेणी (arithmetic progression) में इस प्रकार के धन पूर्णांक (positive integers) हैं कि समीकरण

$$ax^2 + bx + c = 0$$

के केवल पूर्णांक हल (integer solutions) हैं।

तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं) ?

(A)	$c - b$ , पूर्णांक $a$ का एक पूर्णांक गुणज (integer multiple) है
(B)	समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के दोनों मूल (roots) विषम पूर्णांक (odd integers) हैं
(C)	यदि $c = 15$ है, तब $ab = 8$ है
(D)	यदि $b = 8$ है, तब $x = 3$ , समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का एक मूल (root) है

- Q.7 मान लीजिए कि  $L$ , बिंदुओं  $P(1, 2, -1)$  और  $Q(2, 3, 1)$  को मिलाने वाली सरल रेखा (straight line) है। मान लीजिए कि बिंदु  $R(4, -1, 5)$  से रेखा  $L$  पर खींचे गये लंब का पाद (foot of the perpendicular)  $S$  है। एक अन्य रेखा जो  $R$  से गुजरती है, रेखा  $L$  को एक बिंदु  $T$  पर इस प्रकार प्रतिच्छेद (intersect) करती है कि बिंदु  $S$ , रेखाखंड (line segment)  $PT$  को आन्तरिक रूप से (internally)  $|PS| : |ST| = 1 : 2$  के अनुपात में विभाजित करती है, जहाँ  $|PS|$  और  $|ST|$ , क्रमशः रेखाखंडों  $PS$  और  $ST$  की लंबाइयाँ हैं।

तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं) ?

(A)	त्रिभुज $PRT$ का लंबकेन्द्र (orthocentre) $\left(\frac{23}{5}, -4, \frac{31}{5}\right)$ है
(B)	त्रिभुज $PRT$ का लंबकेन्द्र (orthocentre) $(4, 3, 5)$ है
(C)	त्रिभुज $PRT$ का क्षेत्रफल (area) $6\sqrt{5}$ है
(D)	त्रिभुज $PRT$ का क्षेत्रफल (area) $18\sqrt{5}$ है

- Q.8 मान लीजिए कि  $y = f(x)$ , अंतराल  $(0, \infty)$  पर परिभाषित वह वास्तविक मान फलन (real valued function) है, जो  $y(1) = 0$  और अवकल समीकरण (differential equation)

$$x \frac{dy}{dx} = y - x^3$$

को संतुष्ट करता है।

तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं) ?

(A)	फलन $f$ का, $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ पर एक स्थानीय निम्नतम (local minimum) है
(B)	फलन $f$ का, $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ पर एक स्थानीय उच्चतम (local maximum) है
(C)	फलन $f$ , अंतराल $(1, 2)$ में वर्धमान (increasing) है
(D)	यदि $x > 0$ के लिए $g(x) = 4x^3 - 5x^2 + \frac{3}{2}x$ है, तब समुच्चय (set) $\{x \in (0, \infty) : f(x) = g(x)\}$ में अवयवों की संख्या (number of elements) 2 है।

Q.9 मान लीजिए कि  $\mathbb{R}$  सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय (set of all real numbers) को दर्शाता है, और मान लीजिए कि  $i = \sqrt{-1}$  है। आव्यूहों (matrices)

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ और } T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

पर विचार कीजिए।

मान लीजिए कि  $a, b, c, d$  इस प्रकार की वास्तविक संख्याएँ हैं कि

$$ST = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

है। मान लीजिए कि

$$H = \{x + iy : x, y \in \mathbb{R} \text{ तथा } y > 0\}$$

है।

तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं) ?

(A)	$\frac{b+ia}{d+ic} = i$
(B)	यदि $\omega = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ है, तब $\frac{a\omega+b}{c\omega+d} = \omega$ है
(C)	यदि $m$ , 2 से बड़ा एक ऐसा पूर्णांक (integer) है कि $(ST)^2 = (ST)^m$ है, तब $m$ , 8 का एक पूर्णांक गुणज (integer multiple) है
(D)	यदि $z \in H$ है, तब $\frac{az+b}{cz+d} \in H$ है

### खंड 3 (अधिकतम अंक : 20)

- इस खंड में **पांच (05)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर से सम्बंधित सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन-स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर प्रविष्ट करें।
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो मान को **दो (02)** दशमलव स्थानों तक **समेटें/ शून्यांत (TRUNCATE/ROUND-OFF)** करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :  
पूर्ण अंक : +4 यदि निर्दिष्ट स्थान पर केवल सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट किया गया है।  
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.10 मान लीजिए कि  $\mathbb{N}$  सभी धन पूर्णाकों के समुच्चय (the set of all positive integers) को दर्शाता है। समुच्चयों (sets)

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ और } B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि  $S$  उन सभी फलनों (functions)  $f: A \rightarrow B$ , जिनके लिए  $f(2) \neq 2$  और  $f(4) \neq 4$  हैं, का समुच्चय है। समुच्चय

$$T = \{f \in S : \text{एक ऐसे फलन } g : B \rightarrow \mathbb{N} \text{ का अस्तित्व है कि सभी } x \in A \text{ के लिए } g(f(x)) = 2^x \text{ है}\}$$

पर विचार कीजिए।

तब समुच्चय  $T$  में अवयवों की संख्या (number of elements) \_\_\_\_\_ है।

Q.11 एक पुस्तकों की अलमारी (bookshelf) में गणित की 6 भिन्न पुस्तकें और भौतिक विज्ञान की 5 भिन्न पुस्तकें हैं। इन 11 पुस्तकों में से 6 पुस्तकों को यादृच्छया (at random) चुना जाता है। मान लीजिए कि  $X$ , चुनी गयीं गणित की पुस्तकों की संख्या और चुनी गयीं भौतिक विज्ञान की पुस्तकों की संख्या के अंतर का निरपेक्ष मान (absolute value of the difference) है। यदि  $\alpha$ , यादृच्छिक चर (random variable)  $X$  का माध्य (mean) है, तब  $77\alpha$  का मान \_\_\_\_\_ है।

Q.12 एक आंकड़े, जिसमें 10 प्रेक्षण (observations)  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  हैं, जिनका माध्य (mean) 5 है और प्रसरण (variance) 7 है, पर विचार कीजिए। यदि प्रथम 8 प्रेक्षणों  $x_1, x_2, \dots, x_8$  के माध्य और प्रसरण क्रमशः 4 और 3.5 हैं, और  $x_9 < x_{10}$  है, तब  $3x_9 + 2x_{10}$  का मान \_\_\_\_\_ है।

- Q.13 दीर्घवृत्त (ellipse)  $E$ , जो  $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{12} = 1$  द्वारा दिया जाता है, पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि  $H$  वह अतिपरवलय (hyperbola) है जिसकी उत्केन्द्रता (eccentricity),  $E$  की उत्केन्द्रता का व्युत्क्रम (reciprocal) है, और जिसकी नाभियाँ (foci) वही हैं जो  $E$  की नाभियाँ हैं। मान लीजिए कि  $P$  और  $Q$  प्रथम चतुर्थांश (first quadrant) में,  $H$  और परवलय (parabola)  $\sqrt{5}y = x^2$  के प्रतिच्छेद बिंदु (points of intersection) हैं। मान लीजिए कि  $P$  और  $Q$  के बीच की दूरी  $d$  है।

यदि  $a$  और  $b$  वो पूर्णांक (integers) हैं कि  $d^2 = a + b\sqrt{5}$  है, तब  $a - b$  का मान \_\_\_\_\_ है।

- Q.14 किसी भी वास्तविक संख्या (real number)  $\alpha$  के लिए, मान लीजिए कि  $[\alpha]$ ,  $\alpha$  से कम या  $\alpha$  के बराबर महत्तम पूर्णांक (greatest integer less than or equal to  $\alpha$ ) को दर्शाता है। किसी भी परिमित समुच्चय (finite set)  $S$  के लिए, मान लीजिए कि  $|S|$ , समुच्चय  $S$  में अवयवों की संख्या (number of elements) को दर्शाता है।

फलनों (functions)  $f : (-3, 3) \rightarrow (-\infty, \infty)$  और  $g : (-3, 3) \rightarrow (-\infty, \infty)$  जिन्हें

$$f(x) = [x^3] \log_e(1 + \sin^2(\pi(x - [x])))$$

और

$$g(x) = x^3 \sin^2(\pi \log_e(1 + x - [x]))$$

द्वारा परिभाषित किया गया है, पर विचार कीजिए।

मान लीजिए कि

$$A = \{x \in (-3, 3) : x \text{ पर } f \text{ असंतत (discontinuous) है}\}$$

और

$$B = \{x \in (-3, 3) : x \text{ पर } g \text{ असंतत (discontinuous) है}\}$$

हैं।

तब  $|A| + 2|B| - |A \cap B|$  का मान \_\_\_\_\_ है।

**खंड 4 (अधिकतम अंक : 8)**

- इस खंड में **दो (02)** प्रश्न स्तम्भ (QUESTION STEM) हैं।
- प्रत्येक प्रश्न स्तम्भ से सम्बंधित **दो (02)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर से सम्बंधित सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन-स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर प्रविष्ट करें।
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो मान को **दो (02)** दशमलव स्थानों तक **समेटें/ शून्यांत (TRUNCATE/ROUND-OFF)** करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :**  
पूर्ण अंक : +2 यदि केवल सही संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE) को ही सम्बंधित स्थान में प्रविष्ट किया गया है।  
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

**प्रश्न संख्याओं 15 और 16 के लिए प्रश्न स्तम्भ (Question Stem)**

वक्र (curve)  $C_1$  जो

$$y = e^{-x} \quad \text{सभी } x \in [0, 10\pi] \text{ के लिए,}$$

द्वारा दिया गया है, और वक्र  $C_2$  जो

$$y = e^{-x}(\sin x + \cos x) \quad \text{सभी } x \in [0, 10\pi] \text{ के लिए,}$$

द्वारा दिया गया है, पर विचार कीजिए।

मान लीजिए कि वक्रों  $C_1$  और  $C_2$  के कुल प्रतिच्छेद बिंदुओं की संख्या (the total number of points of intersection)  $n$  है।

मान लीजिए कि  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in [0, 10\pi]$ , वक्रों  $C_1$  और  $C_2$  के प्रतिच्छेद बिंदुओं के  $x$ -निर्देशांक ( $x$ -coordinates) इस प्रकार हैं कि

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n$$

है।

Q.15  $n$  का मान \_\_\_\_\_ है।

Q.16 मान लीजिए कि वक्रों  $C_1, C_2$ , और रेखाओं  $x = \alpha_1$  और  $x = \alpha_n$  से परिबद्ध क्षेत्र (the region enclosed) का क्षेत्रफल (area)  $\beta$  है। तब

$$-\frac{1}{\pi} \log_e \left( \beta - 2e^{-\frac{\pi}{2}} \right)$$

का मान \_\_\_\_\_ है।

**प्रश्न संख्याओं 17 और 18 के लिए प्रश्न स्तम्भ (Question Stem)**

दीर्घवृत्तों (ellipses)

$$x^2 + 4y^2 = 1 \quad \text{और} \quad 4x^2 + y^2 = 1$$

पर विचार कीजिए।

Q.17 मान लीजिए कि  $P$ , प्रथम चतुर्थांश (first quadrant) में वह बिंदु है जहाँ दिए गये दीर्घवृत्त प्रतिच्छेद (intersect) करते हैं। यदि  $\theta$ , बिंदु  $P$  पर दिए गये दीर्घवृत्तों की स्पर्श-रेखाओं (tangents) के बीच का न्यूनकोण (acute angle) है, तब  $4 \tan \theta$  का मान \_\_\_\_\_ है।

Q.18 यदि  $\alpha$ , दिए गये दोनों दीर्घवृत्तों के अंदर के उभयनिष्ठ क्षेत्र (common region that lies inside both the given ellipses) का क्षेत्रफल (area) है, तब  $\cot \alpha$  का मान \_\_\_\_\_ है।

**END OF THE QUESTION PAPER**

### खंड 1 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में चार (04) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से केवल एक विकल्प ही सही उत्तर है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :  
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।  
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।  
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में

- Q.1 किसी धातु का एक तार, जिसकी अनुप्रस्थ-काट का क्षेत्रफल  $0.5 \text{ mm}^2$  एवं लम्बाई  $100 \text{ m}$  है, एक  $2\text{V}$  वैद्युत वाहक बल एवं  $1 \Omega$  आंतरिक प्रतिरोध की बैटरी के सिरों से जोड़ा गया है। धातु का घनत्व, परमाणु द्रव्यमान एवं वैद्युत चालकता क्रमशः  $6.35 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $63.5 \text{ gm/mole}$  एवं  $2 \times 10^8 \text{ mho m}^{-1}$  हैं। धातु के प्रति परमाणु पर एक चालक इलेक्ट्रॉन मानते हुए तार में इलेक्ट्रॉन का अपवाह (drift) वेग ( $\text{mm s}^{-1}$  में) है:  
[आवोगाद्रो संख्या को  $6 \times 10^{23}$  तथा इलेक्ट्रॉन के आवेश को  $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  लें।]

(A)	0.052	(B)	0.104	(C)	0.208	(D)	0.156
-----	-------	-----	-------	-----	-------	-----	-------

- Q.2 एक नाभिकीय रिएक्टर एक रेडियोधर्मी नाभिक  $X$  का नियत दर  $\alpha$  प्रति सेकंड से समय  $t = 0$  से उत्पादन प्रारंभ करता है। नाभिक  $X$  का प्रत्येक क्षय  $E_0$  ऊर्जा मुक्त करता है जिसका उपयोग  $m$  द्रव्यमान एवं  $s$  विशिष्ट ऊष्मा के द्रव को गर्म करने के लिए किया जाता है। द्रव से ऊष्माक्षय को नगण्य मानते हुए एवं नाभिक  $X$  के क्षय स्थिरांक को  $\lambda$  लेते हुए द्रव के तापमान की वृद्धि की दर होगी:

(A)	$\frac{\alpha E_0}{m s} (1 - e^{-\lambda t})$	(B)	$\frac{\alpha E_0}{m s} (e^{\lambda t} - 1)$
(C)	$\frac{\lambda E_0}{m s} (1 - e^{-\lambda t})$	(D)	$\frac{E_0}{m s} (\alpha - \lambda e^{-\lambda t})$

- Q.3 एक बहुवर्णी प्रकाश-पुंज एक  $6^\circ$  प्रिज्म कोण के पतले प्रिज्म से गुजरता है। प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक तरंग-दैर्घ्य ( $\lambda$ ) के साथ  $n(\lambda) = \alpha\lambda + \frac{\beta}{\lambda^2}$  के अनुसार परिवर्तित होता है, जहाँ  $\alpha = 3 \mu\text{m}^{-1}$  तथा  $\beta = 0.096 \mu\text{m}^2$  है। यदि  $\lambda_{\min}$  तरंग-दैर्घ्य के लिए न्यूनतम विचलन कोण  $D_m$  का मान न्यूनतम है तो  $\lambda_{\min}$  के लिए  $D_m$  का सही मान है:

(A)	$6.4^\circ$	(B)	$4.8^\circ$	(C)	$3.2^\circ$	(D)	$2.4^\circ$
-----	-------------	-----	-------------	-----	-------------	-----	-------------

Q.4

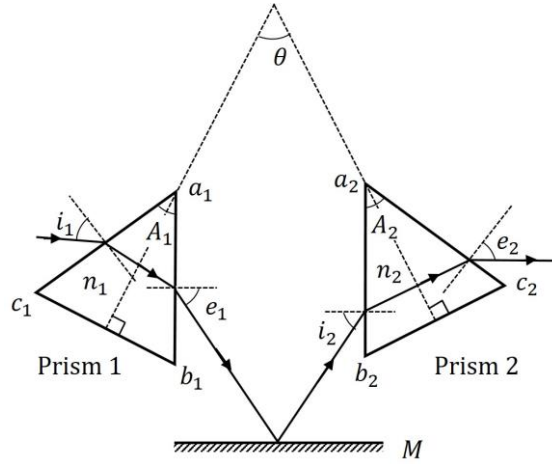
द्रव्यमान  $m$  एवं कोणीय संवेग  $\ell$  का एक कण आकर्षण-बल  $\vec{F}(r) = -\frac{k}{r^2} \hat{r}$  के प्रभाव में  $r_0$  त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर गति कर रहा है। कोणीय संवेग को अपरिवर्तित रखते हुए कण को त्रिज्यीय दिशा के अनुदिश एक अल्प दूरी  $\delta r \ll r_0$  से विस्थापित किया जाता है जिससे कि इसकी त्रिज्यीय दूरी आवर्ती रूप से परिवर्तित होती है। इसके संगत आवर्तकाल है:

(A)	$\frac{2\pi\ell^3}{mk^2}$	(B)	$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	(C)	$\frac{2\pi\ell^3}{3mk^2}$	(D)	$\frac{2\pi\ell^3}{5mk^2}$
-----	---------------------------	-----	--------------------------	-----	----------------------------	-----	----------------------------

### खंड 2 (अधिकतम अंक : 20)

- इस खंड में पांच (05) प्रश्न हैं ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं । इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर है (हैं) ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए ।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  - पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है ।
  - आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है ।
  - आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं ।
  - आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है ।
  - शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) ।
  - ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में ।
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं ,तब
  - केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर +4 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (B) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (D) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे ;
  - कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
  - अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर -1 अंक मिलेंगे ।

- Q.5 जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, दो समद्विबाहु (isosceles) प्रिज्म 1 एवं 2, जिनके प्रिज्म-कोण क्रमशः  $A_1$  तथा  $A_2$  एवं अपवर्तनांक क्रमशः  $n_1$  तथा  $n_2$  हैं, पर विचार कीजिये। पृष्ठ  $a_1b_1$  एवं  $a_2b_2$  परस्पर समानांतर हैं तथा दर्पण  $M$  से लम्बवत हैं। यदि प्रकाश की एक किरण पृष्ठ  $a_1c_1$  पर आपतित होती है तथा पृष्ठ  $a_2c_2$  से निर्गत होती है तो सही कथन है/हैं:



- |     |                                                                                                                                                                                                                               |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (A) | यदि दोनों प्रिज्मों की स्थिति न्यूनतम विचलन कोण पर हैं तो $\frac{n_2}{n_1} = \sin\left(\frac{A_1}{2}\right) / \sin\left(\frac{A_2}{2}\right)$ होगा।                                                                           |
| (B) | यदि प्रिज्म 2 की स्थिति न्यूनतम विचलन कोण पर है तो सदैव $\sin i_1 = n_2 \sin\left(\frac{A_2}{2}\right)$ होगा।                                                                                                                 |
| (C) | यदि दोनों प्रिज्म 1 और 2 पतले हैं एवं न्यूनतम विचलन कोण की स्थिति पर हैं तथा उनके विचलन कोण के मान क्रमशः $\delta_{m1}$ एवं $\delta_{m2}$ हैं तो $\theta = \frac{\delta_{m1}}{2(n_1-1)} + \frac{\delta_{m2}}{2(n_2-1)}$ होगा। |
| (D) | यदि प्रिज्म 1 की स्थिति न्यूनतम विचलन कोण पर है तो सदैव $\sin i_2 = n_1 \sin\left(\frac{A_1}{2}\right)$ होगा।                                                                                                                 |

- Q.6 एक निर्वात कोष्ठ में  $1 \mu\text{C}$  आवेश एवं  $1 \text{ mg}$  द्रव्यमान का एक कण  $t = 0$  समय पर  $1 \hat{i} \text{ Vm}^{-1}$  के वैद्युत क्षेत्र में  $XZ$  तल से  $(\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ ms}^{-1}$  वेग से प्रक्षेपित किया गया है। समय  $t = 0.2 \text{ s}$  पर वैद्युत क्षेत्र बंद कर दिया जाता है एवं एक  $6\hat{j} \text{ T}$  का चुम्बकीय क्षेत्र चालू कर दिया जाता है। गुरुत्वीय त्वरण  $-10\hat{j} \text{ ms}^{-2}$  है। सही विकल्प है/हैं:

- |     |                                                                            |
|-----|----------------------------------------------------------------------------|
| (A) | $t = 0.3 \text{ s}$ पर कण की $XZ$ तल से उर्ध्वाधर दूरी $15 \text{ cm}$ है। |
| (B) | $t = 0.4 \text{ s}$ पर कण की $XZ$ तल से उर्ध्वाधर दूरी $10 \text{ cm}$ है। |
| (C) | $t > 0.2 \text{ s}$ के लिए कण के पथ की त्रिज्या $20 \text{ cm}$ है।        |
| (D) | $t = 0.35 \text{ s}$ पर कण $XZ$ तल में होगा।                               |

- Q.7 दो आवेश  $Q_1 = q$  और  $Q_2 = mq$ , तल  $XY$  में, क्रमशः बिंदुओं  $P_1(a, b)$  एवं  $P_2(ma, mb)$  पर स्थित हैं जहाँ  $a, b \neq 0$  एवं  $m \neq 0, 1$ । तल  $XY$  में किसी बिंदु पर आवेश  $Q_1$  के कारण विभव  $V_1$  एवं आवेश  $Q_2$  के कारण विभव  $V_2$  है। जिन बिंदुओं के लिए  $|V_1| = |V_2|$  है उनके लिए निम्न में सही कथन है/हैं:

- |     |                                                                                                                                                         |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (A) | $m = -1$ के लिए ऐसे बिंदुओं का बिन्दुपथ $ax + by = 0$ है।                                                                                               |
| (B) | $m = 2$ के लिए ऐसे बिंदुओं का बिन्दुपथ बिंदु $\left(\frac{2}{3}a, \frac{2}{3}b\right)$ पर केन्द्रित $\frac{2}{3}\sqrt{a^2 + b^2}$ त्रिज्या का वृत्त है। |
| (C) | $m = -2$ के लिए ऐसे बिंदुओं का बिन्दुपथ बिंदु $(2a, 2b)$ पर केन्द्रित $2\sqrt{a^2 + b^2}$ त्रिज्या का वृत्त है।                                         |
| (D) | $m = -3$ के लिए ऐसे बिंदुओं का बिन्दुपथ $3bx + 3ay = 0$ है।                                                                                             |

Q.8 दो आवेशों  $+q$  तथा  $-q$  से बने एक वैद्युत द्विध्रुव के प्रत्येक आवेश का द्रव्यमान  $m$  है, आवेशों के बीच नियत दूरी  $d$  है। प्रारंभ में द्विध्रुव विरामावस्था में है तथा इसके द्विध्रुव आघूर्ण की दिशा  $i$  है। समय  $t = 0$  पर एक एकसमान वैद्युत क्षेत्र  $Ej$  चालू किया जाता है तथा समय  $t = t_f$  पर, जब द्विध्रुव अघूर्ण की दिशा  $i$  से  $\theta_f$  कोण पर है, वैद्युत क्षेत्र बंद कर दिया जाता है। ऊर्जा क्षति के सभी स्रोतों की उपेक्षा करते हुए सही कथन है/हैं:

- |     |                                                                                                                         |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (A) | वैद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में द्विध्रुव का द्रव्यमान केंद्र $j$ के अनुदिश विस्थापित होगा।                             |
| (B) | यदि अंतिम कोणीय वेग का परिमाण $\omega_f = \sqrt{\frac{2qE}{md}}$ है तो $\theta_f = \frac{\pi}{6}$ होगा।                 |
| (C) | यदि $\theta_f = \pi/3$ तो द्विध्रुव की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन $2\sqrt{3} qEd$ से दिया जायेगा।                          |
| (D) | $\theta_f = \pi/4$ के लिए, समय $t > t_f$ के बाद द्विध्रुव अपने द्रव्यमान केंद्र के परितः अचर कोणीय वेग से घूर्णन करेगा। |

Q.9 एक आदर्श एक-परमाणविक गैस के 10 मोल प्रारंभ में एक  $V_0$  आयतन के घर्षण-रहित पिस्टन से युक्त धातु के बेलनाकार पात्र में अवस्था  $a$  में वायुमंडलीय दाब एवं तापमान  $T_a = 27^\circ\text{C}$  पर हैं। गैस को त्वरित संपीड़न के द्वारा अवस्था  $b$  में  $V_0/3$  आयतन पर लाया जाता है। अब, पिस्टन को अचल रखते हुए, निकाय को  $11^\circ\text{C}$  के जल-कुंड में पूर्णतया अन्दर निकाय के तापमान के जल-कुंड के तापमान के बराबर हो जाने तक रखा जाता है। इसे गैस की अवस्था  $c$  मानिये। अंततः, निकाय को जल-कुंड अन्दर रखते हुए ही पिस्टन को मंद गति से अपनी प्रारंभिक स्थिति में लाया जाता है। इसे गैस की अवस्था  $f$  मानिये। यदि  $R$  सार्वत्रिक गैस नियतांक है तो सही विकल्प है/हैं :

[दिया है:  $9^{1/3} = 2.08$ ]

- |     |                                                                             |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------|
| (A) | उपरोक्त प्रक्रमों का P-V व्यवस्था-चित्र है:                                 |
|     |                                                                             |
| (B) | अवस्था $a$ से $b$ में जाने पर आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन $4860R$ है।         |
| (C) | संपूर्ण प्रक्रम में आंतरिक ऊर्जा में कुल परिवर्तन $-240R$ है।               |
| (D) | अवस्था $b$ का दाब वायुमंडलीय दाब का 2.08 गुना एवं तापमान $624\text{ K}$ है। |

### खंड 3 (अधिकतम अंक : 20)

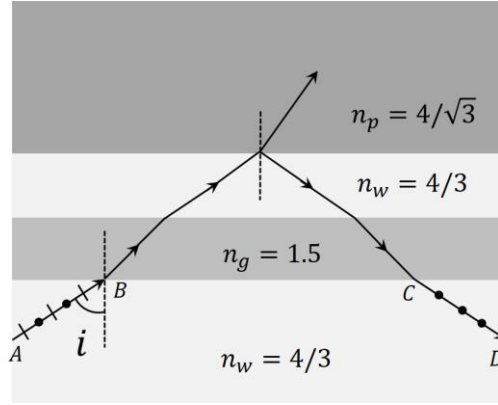
- इस खंड में **पांच (05)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर से सम्बंधित सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन-स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर प्रविष्ट करें।
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो मान को **दो (02)** दशमलव स्थानों तक **समेटें/ शून्यांत (TRUNCATE/ROUND-OFF)** करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :  
पूर्ण अंक : +4 यदि निर्दिष्ट स्थान पर केवल सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट किया गया है।  
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

- Q.10 दो पतले तार दिए गए हैं, जिनमें तार-1 (Wire-1) का व्यास 0.650 mm एवं तार-2 (Wire-2) का व्यास  $d$  है जो कि अज्ञात है।  $d$  का मान ज्ञात करने के लिए दोनों तारों के व्यास को एक पेंचमापी से मापते हैं। पेंचमापी की पिच 0.5 mm एवं वृत्तीय पैमाने (CS) पर 100 विभाजन हैं। रेखिक पैमाने (LS) पर लघुतम विभाजन का मान 0.5 mm है। तालिका में LS और CS के माप दिए गए हैं।  $d$  का मान ( $\mu\text{m}$  में) है

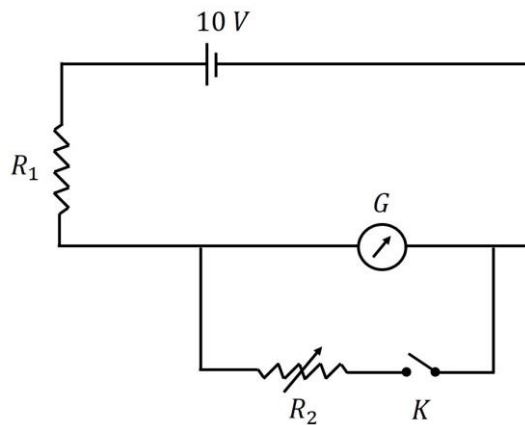
	Readings	
	LS (mm)	CS
Wire-1	0.5	42
Wire-2	1.5	95

- Q.11 एकल झिरी विवर्तन (single slit diffraction) के एक प्रयोग में एक  $(0.016 \pm 0.002)$  mm चौड़ाई की झिरी का उपयोग एक एकवर्णी प्रकाश स्रोत की तरंग-दैर्घ्य को ज्ञात करने के लिए किया जाता है। विवर्तन पैटर्न में केन्द्रीय उच्चिष्ठ एवं प्रथम निम्निष्ठ के मध्य कोणीय दूरी  $(2^\circ \pm 40')$  मापी जाती है। तरंग-दैर्घ्य के मापन में भिन्नात्मक त्रुटि का मान है  
[दिया है:  $\sin(2^\circ) = 0.035$ ]

Q.12 चित्रानुसार, एक अध्रुवित प्रकाश की किरण  $AB$  अपवर्तनांक  $n_w = 4/3$  के जल से अपवर्तनांक  $n_p = 4/\sqrt{3}$  के माध्यम में, अपवर्तनांक  $n_g = 1.5$  के कांच की पट्टी और जल की एक परत से गुजरने के बाद, प्रवेश करती है। एक विशिष्ट आपतन कोण  $i$  पर, परावर्तित किरण  $CD$  चित्रानुसार ध्रुवित पाई जाती है। कोण  $i$  का मान (डिग्री में) है:



Q.13 एक गैल्वेनोमीटर का प्रतिरोध  $G$  चित्रानुसार अर्ध-विचलन विधि द्वारा ज्ञात किया जा सकता है। इसमें प्रतिरोध  $R_2$  को ऐसे समायोजित (adjust) किया जाता है कि जब कुंजी  $K$  बंद है तब गैल्वेनोमीटर में विचलन का मान कुंजी  $K$  के खुले होने पर विचलन के मान का आधा है। अर्ध-विचलन की स्थिति  $R_2 = 4 \Omega$  पर प्राप्त होती है जिससे गैल्वेनोमीटर के प्रतिरोध का मान  $6 \Omega$  पाया जाता है। इस अर्ध-विचलन की स्थिति में प्रतिरोध  $R_1$  से होकर बहने वाली विद्युत धारा का मान (mA में) है:



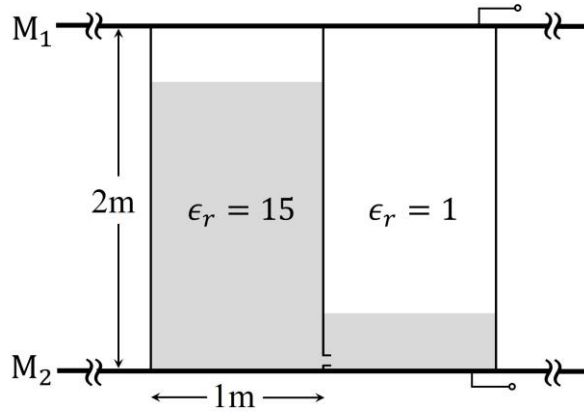
Q.14 एक नई इकाई प्रणाली में द्रव्यमान, लम्बाई, समय एवं वैद्युत धारा की इकाइयां क्रमशः  $5 \text{ kg}$ ,  $5 \text{ m}$ ,  $5 \text{ s}$  एवं  $5 \text{ A}$  हैं। यदि  $\mu_0$  एवं  $\epsilon_0$  क्रमशः मुक्त आकाश की चुम्बकशीलता एवं विद्युतशीलता हैं तब इस नई इकाई प्रणाली में राशि  $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  की एक SI इकाई का परिमाण है:

**खंड 4 (अधिकतम अंक : 8)**

- इस खंड में **दो (02)** प्रश्न स्तम्भ (QUESTION STEM) हैं।
- प्रत्येक प्रश्न स्तम्भ से सम्बंधित **दो (02)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर से सम्बंधित सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन-स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर प्रविष्ट करें।
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो मान को **दो (02)** दशमलव स्थानों तक **समेटें/ शून्यांत (TRUNCATE/ROUND-OFF)** करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :**  
पूर्ण अंक : +2 यदि केवल सही संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE) को ही सम्बंधित स्थान में प्रविष्ट किया गया है।  
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

**प्रश्न संख्या 15 एवं 16 के लिए प्रश्न स्तम्भ**

एक 2 m ऊँचाई, 2 m लम्बाई एवं 1 m चौड़ाई के पात्र को कुचालक ऊर्ध्वाधर दीवारों एवं बड़े क्षेत्रफल वाली धातु की दो क्षैतिज प्लेटों ( $M_1$  और  $M_2$ ), जिनका विस्तार सभी दिशाओं में ऊर्ध्वाधर दीवारों से बहुत दूर तक है, से बनाया गया है। पात्र को एक पतली कुचालक ऊर्ध्वाधर दीवार से दो बराबर कक्षों में विभाजित किया गया है। विभाजक दीवार में उसकी तली वाले किनारे के पास एक  $\sqrt{10} \text{ cm}^2$  अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल का छोटा छिद्र है। प्रारंभ में छिद्र बंद है और बाँया कक्ष एक  $\epsilon_r = 15$  के परावैद्युतांक के द्रव से पूरी तरह भरा है तथा दायाँ कक्ष पूरी तरह खाली ( $\epsilon_r = 1$ ) है। समय  $t = 0$  पर, छिद्र खोल दिया जाता है तथा द्रव बाँये कक्ष से दाँये कक्ष में बहने लगता है। दोनों कक्षों में, द्रव के ऊपर का परावैद्युतांक  $\epsilon_r = 1$  है एवं दाब वायुमंडलीय दाब के बराबर है। पात्र का व्यवस्था-चित्र किसी समय  $t > 0$  पर चित्र में दर्शाया गया है।  
[दिया है: गुरुत्वीय त्वरण  $10 \text{ ms}^{-2}$  है।]



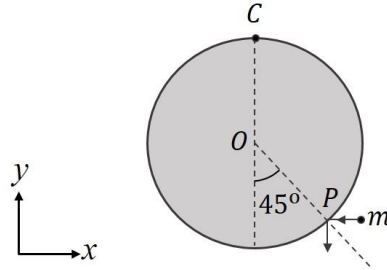
Q.15  $t = 500 \text{ s}$  पर दाँये कक्ष में द्रव की ऊँचाई (m में) है:

Q.16  $t = 0$  एवं  $t = 500 \text{ s}$  पर धातु की प्लेटों के बीच की धरिताओं (F में) का अन्तर  $(8 - n)\epsilon_0$  है, जहाँ  $\epsilon_0$  मुक्त-आकाश की वैद्युतशीलता है।  $n$  का मान है:

**प्रश्न संख्या 17 एवं 18 के लिए प्रश्न स्तम्भ**

एक एकसमान वृत्तीय चकती, जिसकी त्रिज्या  $0.2\text{ m}$  एवं द्रव्यमान  $1\text{ kg}$  है, को इसके शीर्ष बिंदु  $C$  से इस प्रकार कीलकित (pivoted) किया गया है कि चकती बिंदु  $C$  के परितः  $XY$  तल में चित्रानुसार घूर्णन के लिए स्वतंत्र है/ प्रारंभ में जब चकती विरामावस्था में है तब  $20\text{ g}$  द्रव्यमान का एक कण  $XY$  तल में ऋणात्मक  $x$  दिशा में  $100\text{ ms}^{-1}$  की गति से चलते हुए चकती की परिधि से बिंदु  $P$  पर संघट्ट करता है/ संघट्ट के पश्चात् कण ऋणात्मक  $y$  दिशा में  $90\text{ ms}^{-1}$  की गति से चलता है।

[दिया है: गुरुत्वीय त्वरण  $(g) = -10\hat{j}\text{ ms}^{-2}$ ]



Q.17 संघट्ट के पश्चात् चकती  $XY$  तल में बिंदु  $C$  के परितः घूर्णन प्रारंभ करती है/ चकती के केंद्र  $O$  की ऊंचाई में अधिकतम परिवर्तन का मान ( $m$  में) है:

Q.18 संघट्ट में क्षय उर्जा का परिमाण ( $J$  में) है:

**END OF THE QUESTION PAPER**

**खंड 1 (अधिकतम अंक : 12)**

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :  
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।  
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।  
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में

Q.1 300 K पर, तीन लवणों (salts) के जलीय विलयन की दो विभिन्न सांद्रताओं (concentrations) पर मोलर चालकताओं (molar conductivity) को नीचे दिया गया है:

लवण	सांद्रता (M)	मोलर चालकता ( $S\text{ cm}^2\text{ mol}^{-1}$ )
NaNO <sub>3</sub>	0.01	111
	0.04	101
NaCl	0.01	117
	0.04	107
AgNO <sub>3</sub>	0.01	125
	0.04	116

300 K पर, AgCl के संतृप्त (saturated) जलीय विलयन की चालकता (conductivity)  $1.40 \times 10^{-6} S\text{ cm}^{-1}$  है। यदि 300 K पर, AgCl की जल में विलेयता  $X\text{ mol L}^{-1}$  है, तब  $\log_{10}(X^{-1})$  है

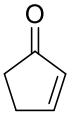
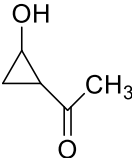
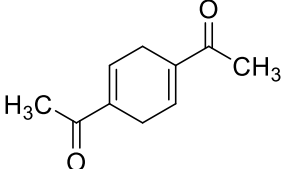
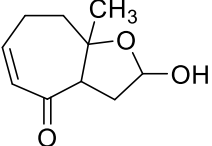
(मानिये कि जल में घुला हुआ AgCl सम्पूर्ण रूप से आयनित होता है तथा संतृप्त AgCl विलयन की मोलर चालकता, उसकी सीमांत (limiting) मोलर चालकता के समान है।)

(A)	3
(B)	4
(C)	5
(D)	6

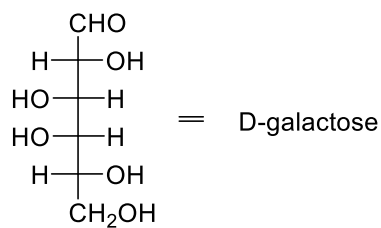
Q.2 दिये हुए स्पीशीज़ में ONO आबंध कोण (bond angle) का उचित क्रम है

(A)	$\text{NO}_2^+ < \text{NO}_2 < \text{NO}_3^- < \text{NO}_2^-$
(B)	$\text{NO}_2^- < \text{NO}_3^- < \text{NO}_2 < \text{NO}_2^+$
(C)	$\text{NO}_3^- < \text{NO}_2^- < \text{NO}_2 < \text{NO}_2^+$
(D)	$\text{NO}_2^- < \text{NO}_3^- < \text{NO}_2^+ < \text{NO}_2$

Q.3 प्राकृतिक रबड़ के पूर्ण ओजोन अपघटन (ozonolysis,  $\text{O}_3/\text{Zn-H}_2\text{O}$ ) से मुख्य उत्पाद यौगिक **X** मिलता है। **X** आयडोफॉर्म और टॉलेन (Tollen) के सकारात्मक परीक्षण देता है। **X** को जलीय NaOH के साथ गरम करने पर मुख्य उत्पाद **Y** मिलता है। **Y** है

(A)		(B)	
(C)		(D)	

- Q.4 एक ज्ञात कृत्रिम मधुरक (artificial sweetener) **X**, 4-क्लोरो-4-डीऑक्सी- $\alpha$ -D-गैलेक्टोस (4-chloro-4-deoxy- $\alpha$ -D-galactose) और 1,6-डाइक्लोरो-1,6-डाइडीऑक्सी- $\beta$ -D-फ्रक्टोज (1,6-dichloro-1,6-dideoxy- $\beta$ -D-fructose), के एक ग्लाइकोसाइडी (glycosidic) बंध से मिलकर बना है। D-गैलेक्टोस (D-galactose) की संरचना नीचे दी गयी है:



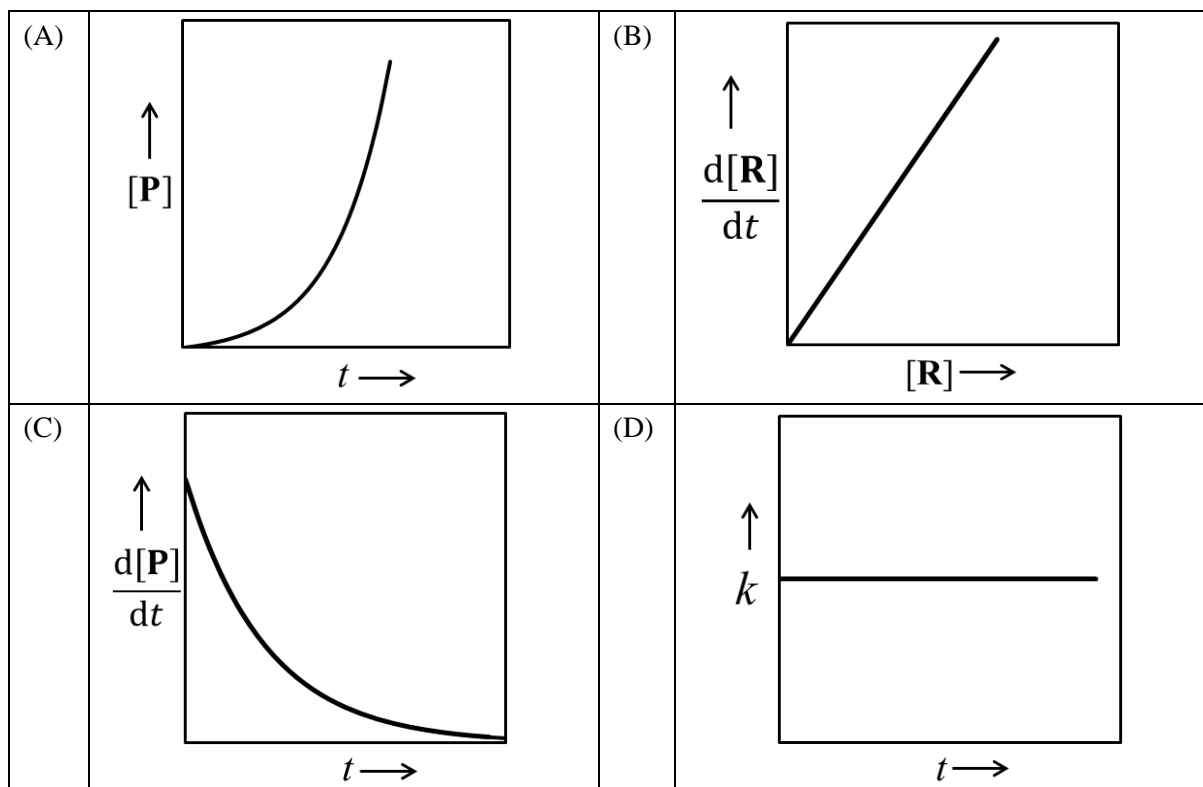
**X** की सही संरचना है

(A)	
(B)	
(C)	
(D)	

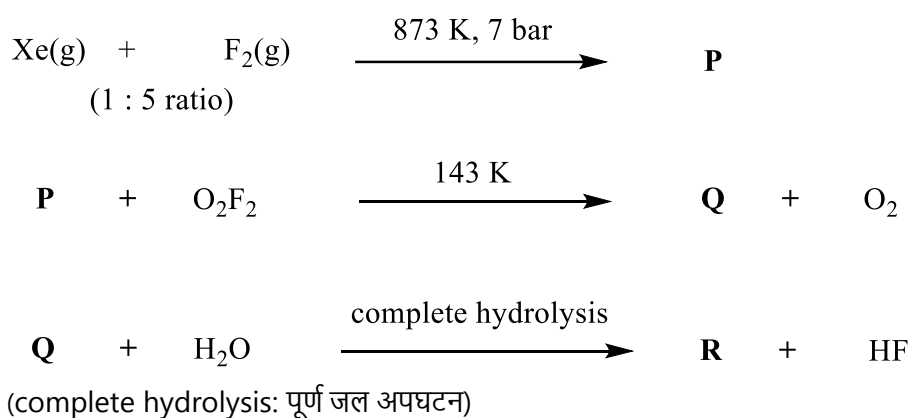
### खंड 2 (अधिकतम अंक : 20)

- इस खंड में पांच (05) प्रश्न हैं ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं । इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर है (हैं) ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए ।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  - पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है ।
  - आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है ।
  - आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं ।
  - आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है ।
  - शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) ।
  - ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में ।
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं ,तब
  - केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर +4 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (B) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (D) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे ;
  - कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
  - अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर -1 अंक मिलेंगे ।

- Q.5 दिये गये तापमान पर एक प्रथम कोटि (first-order) की अभिक्रिया  $R \rightarrow P$  के लिये,  $k$  वेग स्थिरांक (rate constant) है। दिये गये तापमान पर, इस अभिक्रिया के लिये, समय  $t$  पर,  $R$  और  $P$  की सांद्रताएँ क्रमशः  $[R]$  और  $[P]$  हैं। इस अभिक्रिया के लिए उचित आलेखी वर्णन (graphical representation) है(हैं)



- Q.6 यौगिकों  $P$ ,  $Q$  और  $R$  के बारे में उचित कथन है(हैं)

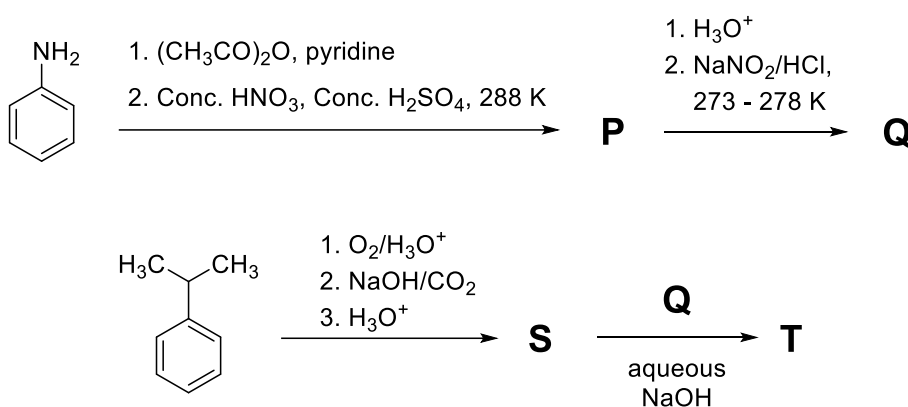


- |     |                                                                                     |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------|
| (A) | $P$ के केन्द्रीय परमाणु पर दो एकाकी इलेक्ट्रॉन युग्म (lone pairs of electrons) हैं। |
| (B) | $Q$ एक पूर्ण अष्टफलकीय (octahedral) ज्यामिति रखता है।                               |
| (C) | $Q$ फ्लुओरीनीकरण कर्मक (fluorinating agent) का काम कर सकता है।                      |
| (D) | $R$ की आणविक संरचना त्रिकोणीय पिरैमिडी (trigonal pyramidal) है।                     |

Q.7 तत्वों के आवर्ती गुणधर्मों (periodic properties) के बारे में उचित कथन है(हैं)

(A)	कार्बन परमाणु की द्वितीय आयनन एन्थैल्पी (ionization enthalpy) बोरॉन परमाणु की द्वितीय आयनन एन्थैल्पी से कम होती है।
(B)	आयनी त्रिज्याओं (ionic radii) का बढ़ता हुआ क्रम: $\text{Al}^{3+} < \text{Mg}^{2+} < \text{Na}^+$
(C)	समान परिस्थितियों में, ठोस अवस्थाओं में, पोटैशियम धातु का घनत्व सोडियम धातु के घनत्व से अधिक है।
(D)	H-H आबंध, F-F आबंध से दुर्बल होता है।

Q.8 निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम में, **P**, **Q**, **S** तथा **T** प्रमुख उत्पाद हैं।



(pyridine: पिरिडीन; Conc.: सांद्र; aqueous: जलीय)

**P**, **Q**, **S** तथा **T** के लिए सही कथन है(हैं)

(A)	<b>Q</b> को एथेनॉल से उपचारित करने पर एक ऐरोमैटिक (aromatic) एल्डिहाइड उत्पन्न होता है।
(B)	<b>S</b> सकारात्मक थैलीन रंजक (phthalein dye) परीक्षण देता है।
(C)	<b>P</b> एक डाइनाइट्रो यौगिक है।
(D)	<b>T</b> एक रंगीन यौगिक है।

Q.9 शर्कराओं (sugars) के बारे में, सही कथन है(हैं)

**दिया है:** L-(-)-ग्लूकोस और L-(+)-फ्रक्टोज के विशिष्ट ध्रुवण घूर्णन (specific rotations) क्रमशः  $-52.5^\circ$  and  $+92.5^\circ$  हैं।

(A)	$\text{HNO}_3$ से उपचारित करने पर, ग्लूकोनिक अम्ल ऑक्सीकृत हो कर सैकैरीक अम्ल देता है, जबकि ग्लूकोस ऑक्सीकृत हो कर सैकैरीक अम्ल नहीं देता है।
(B)	फ्रक्टोज सकारात्मक फेलिंग परीक्षण (Fehling's test) देता है क्योंकि यह फेलिंग अभिकर्मक (Fehling's reagent) कि उपस्थिति में ग्लूकोस और एक अन्य एल्डोहेक्सोज में समावयवित (isomerise) होता है।
(C)	अपवृत (Invert) शर्करा, D-ग्लूकोस और D-फ्रक्टोज का एक सममोलर मिश्रण है, जो की सम्बंधित (corresponding) डाइसैकैराइड के जल-अपघटन (hydrolysis) से प्राप्त होता है।
(D)	अपवृत (Invert) शर्करा का विशिष्ट ध्रुवण घूर्णन (specific rotation) $-40^\circ$ है।

### खंड 3 (अधिकतम अंक : 20)

- इस खंड में **पांच (05)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर से सम्बंधित सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन-स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर प्रविष्ट करें।
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो मान को **दो (02)** दशमलव स्थानों तक **समेटें/ शून्यांत (TRUNCATE/ROUND-OFF)** करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :  
पूर्ण अंक : +4 यदि निर्दिष्ट स्थान पर केवल सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट किया गया है।  
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.10  $X^{a+}$  और  $Y^{b+}$  हाइड्रोजन जैसी स्पीशीज़ हैं।  $X^{a+}$  की मुख्य क्वान्टम संख्या (principal quantum number)  $n = 1$  वाली अवस्था और  $n = 2$  वाली अवस्था के मध्य संक्रमण (transition) के दौरान अवशोषित (absorbed) प्रकाश की तरंगदैर्घ्य (wavelength)  $\lambda$  है।  $Y^{b+}$  की मुख्य क्वान्टम संख्या  $n = 2$  वाली अवस्था और  $n = 4$  वाली अवस्था के मध्य संक्रमण के दौरान अवशोषित प्रकाश की तरंगदैर्घ्य  $9\lambda$  है।  $(a+b)$  का न्यूनतम संभव मान \_\_\_\_\_ है।

Q.11 दिये गये तापमान पर, 50 mL पानी में 0.45 g एसीटिक अम्ल को 1.0 g चारकोल के साथ मथा गया और बनने वाले मिश्रण का pH 3.0 है। माने कि, एसीटिक अम्ल के जलीय विलयन का चारकोल के द्वारा अधिशोषण (adsorption) फ्रॉयन्डलिक समतापी वक्र (Freundlich isotherm) का अनुसरण करता है,

$$\frac{x}{m} = kC^{1/n}$$

यदि  $\log_{10}(x/m)$  का  $\log_{10}C$  के विरुद्ध आलेख एक सीधी रेखा देता है जिसकी ढाल (slope) 1 है, तो  $k$  का मान \_\_\_\_\_  $L mol^{-1}$  है।

**दिया है:** एसीटिक अम्ल का मोलर द्रव्यमान  $60 g mol^{-1}$  है।

दिये गए तापमान पर एसीटिक अम्ल का अम्ल वियोजन स्थिरांक (dissociation constant)  $1.0 \times 10^{-5}$  है।

$x$ , अधिशोषित एसीटिक अम्ल का द्रव्यमान (ग्राम में) है।

$m$ , चारकोल का द्रव्यमान (ग्राम में) है।

$C$ , अधिशोषण (adsorption) पूर्ण होने पर, एसीटिक अम्ल की विलयन में साम्य सांद्रता है।

$k$  और  $n$ , दिये गए तापमान पर, एसीटिक अम्ल-चारकोल निकाय (system) के लिये, स्थिरांक हैं।

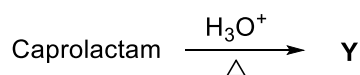
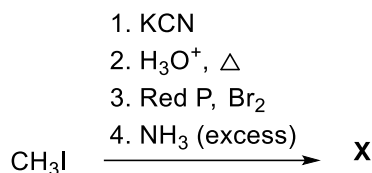
- Q.12 जैसा की नीचे दिया गया है, यौगिक **B**, विलायक **S** में, **C** और **D** में अंशतः वियोजित (partially dissociated) होता है:



**B**, **C** और **D** अवाष्पशील (non-volatile) प्रकृति के हैं। **B** का मोलर द्रव्यमान **S** के मोलर द्रव्यमान का 10 गुणा है। **S** का मानक क्वथनांक (boiling point) और मानक वाष्पन एन्थैल्पी (enthalpy of vaporization) क्रमशः 400 K और  $10R \text{ J mol}^{-1}$  है [गैस नियतांक  $R$  (gas constant)  $\text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  में है]। **S** में **B** के एक विलयन, जिसमें **B** की आरंभिक सांद्रता 0.25% (द्रव्यमान/द्रव्यमान) है, का क्वथनांक 1 bar दाब पर 408 K है। इस विलयन में, **B** का मोल प्रतिशत, जो वियोजित हुआ है, \_\_\_\_ है।

- Q.13 माने की अष्टफलकीय (octahedral) संकुलों  $\text{cis-}[\text{Co}(\text{NH}_3)_4\text{Cl}_2]\text{Cl}$  और  $\text{mer-}[\text{Co}(\text{NH}_3)_3\text{Cl}_3]$  में लिगैंड के उपसहसंयोजी (coordinating) परमाणु एक अष्टफलक (octahedron) के कोनों (vertices) पर स्थित हैं। दोनों संकुलों में त्रिकोणीय फलकों (triangular faces), जहाँ एक N परमाणु और दो Cl परमाणु उनके कोनों पर स्थित हैं, की कुल संख्याओं का योग \_\_\_\_ है।

- Q.14 निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम में, प्रमुख उत्पाद **X** तथा **Y** अचक्रीय एकलक (acyclic monomers) हैं।



(excess: आधिक्य; Caprolactam: कैप्रोलैक्टम)

**X** के 500 मोल **Y** के 500 मोल से पूर्ण रूप से अभिक्रिया करके एकमात्र उत्पाद, एक जैवनिम्ननीय अचक्रीय सहबहुलक (biodegradable acyclic copolymer), **Z** का 1 मोल देता है। **Z** की उत्पादित मात्रा \_\_\_\_ ग्राम है।

दिया है:

परमाणु द्रव्यमान (amu में): H : 1, C : 12, N : 14, O : 16, Br : 80

### खंड 4 (अधिकतम अंक : 8)

- इस खंड में **दो (02)** प्रश्न स्तम्भ (QUESTION STEM) हैं।
- प्रत्येक प्रश्न स्तम्भ से सम्बंधित **दो (02)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर से सम्बंधित सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन-स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर प्रविष्ट करें।
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो मान को **दो (02)** दशमलव स्थानों तक **समेटें/ शून्यांत (TRUNCATE/ROUND-OFF)** करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :**  
पूर्ण अंक : +2 यदि निर्दिष्ट स्थान पर केवल सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट किया गया है।  
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

### प्रश्न संख्या 15 और 16 के लिये प्रश्न स्तम्भ

दो वाष्पशील द्रव **A** और **B** एक आदर्श विलयन बनाते हैं। मानिये कि 300 K पर, एक बंद पात्र में, **A** में **B** के 5 मोलल विलयन का कुल वाष्प दाब (vapour pressure) 100 mm Hg है। 300 K पर, शुद्ध **A** का वाष्प दाब 105 mm Hg है। मानिये कि **A** और **B** वाष्प प्रावस्था में आदर्श गैस की तरह व्यवहार करते हैं।

**दिया है:**

गैस नियतांक (gas constant)  $R = 0.08 \text{ L atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

**A** का मोलर द्रव्यमान (molar mass)  $50 \text{ g mol}^{-1}$  है

**B** का मोलर द्रव्यमान (molar mass)  $57 \text{ g mol}^{-1}$  है

300 K पर, द्रव **B** का घनत्व  $0.5 \text{ g/mL}$  है

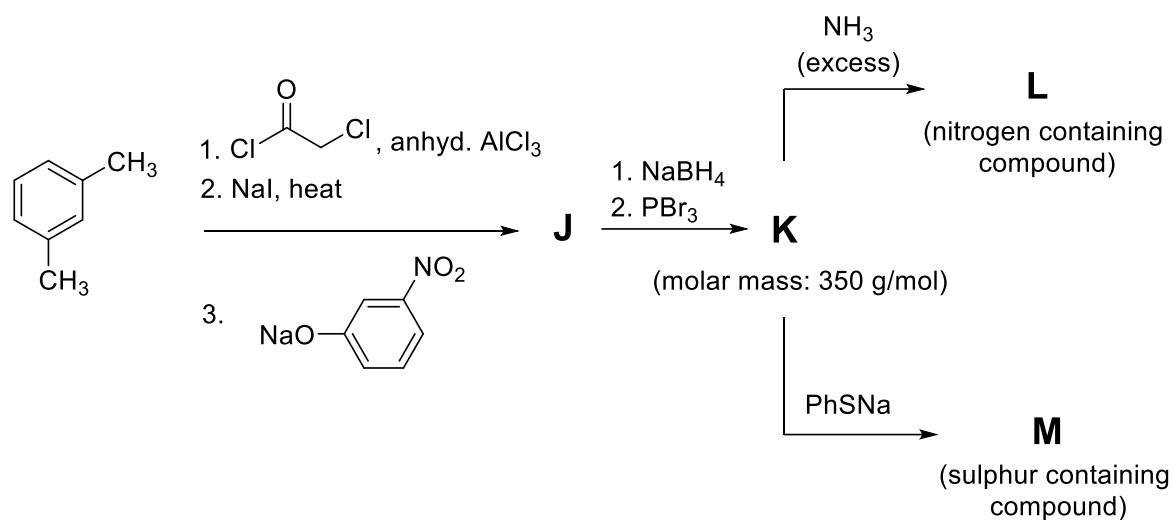
$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg}$

Q.15 300 K पर, शुद्ध **B** की वाष्प प्रावस्था (vapour phase) में मोलर आयतन और द्रव प्रावस्था (liquid phase) में मोलर आयतन के बीच अनुपात \_\_\_\_\_ है।

Q.16 **B** की वाष्प प्रावस्था (vapour phase) का मोल प्रभाज (mole fraction), जो इस विलयन के साथ साम्यावस्था में है, \_\_\_\_\_ है।

प्रश्न संख्या 17 और 18 के लिये प्रश्न स्तम्भ

निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम पर ध्यान दें जिसमें **J**, **K**, **L** तथा **M** प्रमुख उत्पाद हैं



(anhyd.: निर्जल; heat: ताप; excess: आधिक्य; molar mass: मोलर द्रव्यमान;  
 nitrogen containing compound: नाइट्रोजन युक्त यौगिक;  
 sulphur containing compound: सल्फर युक्त यौगिक)

दिया है:

परमाणु द्रव्यमान (amu में): H : 1, C : 12, N : 14, O : 16, S : 32, Br : 80, Ba : 137

Q.17 **L** के 5.72 g को केल्डॉल विधि (Kjeldahl's method) से नाइट्रोजन के आकलन में उत्सर्जित अमोनिया को पूर्णतया उदासीन (neutralize) करने में लगने वाले 1 M जलीय  $\text{H}_2\text{SO}_4$  का आयतन \_\_\_\_ mL है।

Q.18 **M** के 3.79 g को कैरियस विधि (Carius method) से सल्फर के आकलन पर, बनने वाले  $\text{BaSO}_4$  की मात्रा \_\_\_\_ g है।

**END OF THE QUESTION PAPER**